

александр петрович ш и р о к о в

1926–1998

УДК 514

ББК 22.151 Г

Ш24

*Печатается по решению
Юбилейной комиссии по издательской деятельности
Казанского университета*

Научный редактор доцент, кандидат физ.-мат. наук **В.Е.Фомин**

Шапуков Б.Н.

Ш24 Александр Петрович Широков, 1926–1998. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2003. – 24 с.

ISBN 5-7464-0723-2

Это очерк об Александре Петровиче Широкове, внесшем огромный вклад в развитие казанской геометрической школы во второй половине XX в. Развивая идеи отца, Петра Алексеевича Широкова, и своего учителя Александра Петровича Нордена, он построил общую теорию пространств над алгебрами, которая представляет собой значительное обобщение комплексных многообразий. Более того, он указал многочисленные приложения этой теории в современной геометрии и в механике. Тем самым сформировалось то научное направление, которое является в настоящее время определяющим на кафедре геометрии КГУ.

Но дело не только в этом. А.П.Широков был прекрасный человек, необычайно скромный и удивительно деликатный. Именно такие люди составили славу и гордость Казанского университета.

АЛЕКСАНДР ПЕТРОВИЧ ШИРОКОВ родился в Казани 21 декабря 1926 г. в семье профессора Казанского университета, выдающегося геометра и основателя кафедры геометрии КГУ Петра Алексеевича Широкова¹ (1895–1944). Мать, Наталья Александровна Широкова (1900–1978), работала в ИНОТ (Институт научной организации труда), а после его разгрома в 1936 г. окончила аспирантуру в Казанском педагогическом институте. Защитив сначала кандидатскую, потом и докторскую диссертацию, работала в должности доцента, а затем профессора на кафедре русского языка Казанского университета.

Семья занимала часть деревянного дома с садом на ул. Кирпично-заводской. Это недалеко от Чеховского рынка. Сейчас этого дома, как и всей улицы, уже нет, на этом месте стоят высотки. Летом вместе с семьей Чеботаревых Широковы снимали дачу, сначала в Нижнем Услоне, позже в Шеланге².

Саша был единственным ребенком в семье. Он учился в школе № 19 и рано проявил математические способности. Отец поощрял эту склонность и знакомил сына с вопросами, выходящими за рамки школьной программы. Во всяком случае, к моменту окончания школы Саша довольно основательно был знаком с некоторыми разделами высшей математики.

Началась война. Нелегкая и до этого, жизнь стала совсем трудной: *«Поездки на окопы, огороды, тяжелый быт..... Приезжают из Москвы эвакуированные семьи математиков, и дед, работавший тогда деканом физмата, размещает их на квартирах. У себя в квартире дед поселил семью московского математика Б.Н.Делоне Жили тесно, бедно, не обращая внимания на быт. Вместо уныния и озлобления были самоирония и любимая наука. Казалось, что и эту тяжелую пору можно пережить. Однако голод и лишения подорвали здоровье деда. Сердце, больное с детства, не выдержало, и в 1944 г. дед умер. Страшно представить, что пережил тогда мой, в то время семнадцатилетний, папа, для которого его отец всегда оставался примером ученого и человека»³.*

В 1943 г., незадолго до смерти отца, Саша, сдав экстерном экзамены за 10 класс, поступил вместе со своим другом Гришей Чеботаревым на самолетостроительный факультет Казанского авиационного института⁴. Выбор вуза объяснялся просто – студентов КАИ не брали в армию¹. Одновременно они работали в аэродинамической лаборатории. После окончания войны в 1945 г. они со второго курса, сдав дополнительные экзамены, перевелись на физико-математический факультет университета. С тех пор вся жизнь Александра Петровича была связана с Казанским университетом.

В университете математике учили великолепные преподаватели. Александр Петрович Норден, только что переехавший из Новосибирска, и Борис Лукич Лаптев, ученик Петра Алексеевича, блестяще читали курсы аналитической и дифференциальной геометрии, спецкурсы. Василий Андреевич Яблоков,

педагог от Бога, завораживал студентов математическим анализом. Неподражаемыми были лекции по алгебре Николая Григорьевича Чеботарева. Так что было у кого поучиться уму-разуму.

В 1949 г. Саша успешно окончил университет, получив диплом с отличием, и с 1949 г. по 1952 г. учился в аспирантуре при кафедре геометрии под руководством А.П.Нордена. В своей кандидатской диссертации «Геометрия обобщенных биаксиальных пространств» [6] он развил многомерное обобщение теории биаксиальных пространств Нордена – проективных пространств с комплексной структурой и указал на связь между A -пространствами П.А.Широкова, пространствами Келера и расслоенными пространствами П.К.Рашевского. В ней ясно просматриваются ростки будущих обширных исследований, продолжающих идеи отца.

К этому времени, с 1950 г. Александр Петрович уже был женат, а в 1951 г. появилась дочь Лена². С супругой Ниной Васильевной Талантовой (1926–2002) они вместе учились. Защитив под руководством Нордена кандидатскую диссертацию, она затем работала доцентом на кафедре математики в КАИ. Эти два человека по своему характеру были полной противоположностью. Энергичная, общительная Нина Васильевна и сдержанный, обычно молчаливый Александр Петрович. Но как они ладили друг с другом!

С 1 сентября 1952 г. Александр Петрович начал работать сначала на кафедре математического анализа, а затем на кафедре геометрии в должности ассистента, а с 1956 г. доцентом. В то время на физмате было заочное отделение³ и он вел там практически все курсы. У нас, студентов 1–2 курсов дневного отделения, он вел практические занятия по аналитической и дифференциальной геометрии, руководил работой студенческих научных кружков, был председателем Студенческого научного общества. Помню, как для нас вывешивался список из нескольких десятков задач, достаточно трудных, для самостоятельной работы. Были предусмотрены грамоты, книги победителям. Ажиотаж был несусветный!

В 50-е годы Александр Петрович проделал громадную работу по завершению и подготовке к публикации неоконченных статей П.А.Широкова по теории симметрических пространств, а также второй части его монографии «Тензорное исчисление». При этом личный вклад Александра Петровича был настолько велик, что по настоянию Нордена книга под названием «Аффинная дифференциальная геометрия» [12] вышла под авторством обоих Широковых. В 1962 г. она была переведена на немецкий язык.

Научным центром кафедры, да и всех геометров Казани, был геометрический семинар, основанный в 20-х годах П.А.Широковым. С 1945 г. его возглавил А.П.Норден. Практически все крупнейшие геометры Советского Союза, да и многие зарубежные, считали за честь приехать в Казань со своими докладами. На этом семинаре Александр Петрович и вырос как ученый. Все его результаты, начиная с аспирантских лет, были впервые сообщены и детально обсуждены на этом семинаре.

Заседания семинара проходили по вторникам на втором этаже «геометрички», в ее самой большой угловой аудитории. В то время там располагались все математические кафедры физмата, библиотека геометрического кабинета, да еще впридачу с 1957 г. редакция журнала «Известия вузов. Математика», главным редактором которого был А.П.Норден. Александр Петрович пользовался особым расположением Нордена за ясный ум, талант, колоссальное трудолюбие и энциклопедические знания. Если возникал спорный момент или какая-то неясность, Норден обращался за справкой обычно к нему. Как правило, следовал исчерпывающий ответ – где, когда и что известно в литературе по этому вопросу.

К началу 60-х годов А.П.Широков уже имел ряд блестящих результатов, составивших основу общей теории пространств над алгебрами. Истоки этой теории лежат в работах А.П.Котельникова, профессора Казанского университета, который в своей теории винтов трехмерных пространств Евклида, Лобачевского и Римана использовал алгебры второго порядка – соответственно алгебры дуальных, комплексных и двойных чисел. А.П.Норден активно использовал эти алгебры в своих исследованиях по линейчатой геометрии. В работах Александра Петровича речь идет о широком обобщении этих идей. Он построил теорию пространств над произвольными ассоциативными коммутативными алгебрами с единицей (унитальными). Эта теория тесно связана с понятием структуры на вещественных многообразиях – фундаментальным понятием современной дифференциальной геометрии. Точнее говоря, овеществление пространств над алгебрами естественно приводит к интересным и разнообразным примерам алгебраических структур. С другой стороны, если вещественное многообразие может быть комплексифицировано, то это позволяет многократно понизить его размерность со всеми вытекающими отсюда преимуществами.

А.П.Норден все чаще стал говорить, что пора бы начать оформление докторской диссертации. Но Александр Петрович в присущей ему мягкой манере все отнекивался – надо бы, мол, изучить тот или иной вопрос. Наконец, терпение Нордена лопнуло и он потребовал оформить диссертацию, а сам начал переговоры с возможными оппонентами. Защита диссертации «Пространства, определяемые алгебрами» [32] состоялась в 1967 г. Прошла она блестяще, и всем стало ясно, что на кафедре сформировалось новое мощное научное направление. В этом же году за цикл своих работ А.П.Широков получил 1-ю премию Казанского университета.

В 1968 г. он стал профессором кафедры.

Пятилетний период с 1970 г. по 1975 г. в жизни А.П.Широкова связан с кафедрой теории относительности и гравитации. Основавший ее А.З.Петров в 1970 г. уехал в Киев. На кафедре остались его ученики, хотя и защитившие кандидатские диссертации, но еще не имевшие достаточного веса в

научной среде. Эта кафедра образовалась в 1960 г., отпочковавшись от кафедры геометрии, и, естественно, Норден чувствовал ответственность за ее судьбу. Нельзя было допустить, чтобы эта кафедра, обладавшая большим научным потенциалом и до сих пор остающаяся единственной в мире по своему научному профилю, превратилась в заурядную кафедру математики на физическом факультете. По инициативе А.П.Нордена заведующим этой кафедрой был рекомендован А.П.Широков. Для этого были все основания: он нередко участвовал в заседаниях семинара Петрова, на так называемых «черных пятницах», и его всегда интересовали вопросы, связанные с приложениями геометрии к механике и теоретической физике. Более того, его аспиранты М.С.Крюков и Э.И.Косогляд защитили диссертации по механике неевклидовых пространств. Но дело в том, что Александр Петрович терпеть не мог административную работу. Понадобилось много усилий, в том числе и ректора М.Т.Нужина, чтобы его уговорить. Кстати говоря, при состоявшейся беседе ректор неосторожно затронул вопрос о переименовании кафедры, и Александр Петрович сделал последнюю попытку отказаться от предложения, написав на его имя следующее заявление: *«Учитывая уникальность этой кафедры, считаю поставленный вопрос принципиально важным и полагаю, что он должен быть рассмотрен соответствующей комиссией и вынесен для обсуждения на Ученый совет университета. До решения этого вопроса я не смогу дать согласие участвовать в конкурсе на заведование кафедрой»*. Широков плохо знал, с кем он имел дело! Вопрос о переименовании кафедры был снят¹, и в тот же день, 17 июля 1970 г., приказ о назначении был подписан.

Ни одно дело Александр Петрович не делал спустя рукава, а если уж он согласился заведовать кафедрой, то отдавал этой работе все свое время и знания. Ася Васильевна Аминова, теперь профессор этой кафедры, вспоминает: *«Казалось, что когда придет А.П., научная жизнь замрет. Тем больше было изумление, когда все стали заниматься разными задачами, много работать, делать доклады, публиковаться. А.П. только очень по-доброму поддерживал каждого, как мог»*².

И все-таки пришло время, когда А.П.Широков с чувством облегчения и удовольствия вернулся на свою родную кафедру. Однако избежать административной работы ему так и не удалось. В 1980г. новый ректор А.И.Коновалов, взяв курс на омоложение руководящих кадров, своим приказом назначил его заведующим кафедрой геометрии. В этом же году ему было присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки РСФСР».

В это время А.П.Широков продолжает свои исследования по геометрии касательных расслоений первого и более высокого порядков. Эти расслоенные многообразия оказались очень богаты различными алгебраическими структурами. В частности, он показал, что они имеют естественную структуру пространств над алгеброй плюральных чисел и находят многочисленные приложения. В некоторой степени часть этих результатов отражена в монографии «Пространства над алгебрами» [86].

Научная работа А.П.Широкова всегда была тесно связана с его преподавательской и научно-методической работой. Он первый на кафедре прочитал ряд новых спецкурсов: «Пространства над алгебрами», «Теория спиноров», «Симплектическая геометрия», «Группы Ли и расслоенные пространства», «Неевклидовы пространства», знакомя студентов и аспирантов с новейшими научными результатами. Свой взгляд на содержание читаемых курсов, свое понимание предмета он отразил в многочисленных учебно-методических пособиях [17, 77, 83, 86, 114, 119].

Лекции Александра Петровича после блестящих, живых лекций Б.Л.Лаптева и А.П.Нордена казались несколько сухими, академическими. Они были тщательно продуманными, логически обоснованными, а по своему содержанию очень насыщенными. Сужу об этом и по личному впечатлению, и по тому, что когда мне приходилось иногда заменять его, то я редко укладывался в тот план, который он намечал. Самое важное он быстро аккуратным почерком записывал на доске. Это сопровождалось громким и размеренным изложением материала. Учитывая акустические достоинства второго корпуса университета, можно было слушать его лекции в коридоре. Он настолько погружался в логику изложения, что порой, казалось, забывал о слушателях. А если какому-нибудь студенту, не дай Бог, приходило в голову задать вопрос, то он как бы спотыкался, сбитый с мысли. Кстати говоря, у него было очень образное, геометрическое мышление. Его лекции, доклады неизменно сопровождались рисунками. Он умудрялся их делать даже в тех случаях, когда речь шла о весьма абстрактных понятиях. Вспоминаю, что в молодые годы Александр Петрович слегка заикался. С годами это прошло, и некоторое затруднение речи проявлялось лишь в минуты сильного волнения.

Благодаря широкому научному кругозору, глубоким познаниям в различных областях геометрии, А.П.Широков был желанным автором для ВИНТИ РАН. Им написано не поддающееся учету количество рефератов для реферативных журналов «Математика», «Zentralblatt für Mathematik»¹, несколько обзоров для изданий ВИНТИ [29, 30, 43, 44, 61, 68, 85, 123]. Он являлся членом бюро Всесоюзного геометрического семинара при ВИНТИ. Много времени и внимания требовали всевозможные рецензии и отзывы на диссертации, работа в редколлегии журнала «Известия вузов. Математика», редактирование кафедрального научного сборника «Труды геометрического семинара», участие в работе нескольких диссертационных советов. А.П.Широков являлся научным руководителем гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ России, грантов РФФИ.

С 1960 г. у Александра Петровича появились аспиранты и ученики: М.С.Крюков, Э.И.Косогляд, В.И.Евсеев, А.И.Мелентьев, А.Л.Крищунайта, В.Е.Фомин, Е.В.Назарова, В.Г.Подольский,

Е.Н.Сосов, Л.М.Кресс, К.М.Егиазарян, Е.М.Кузнецова, Т.В.Капустина, С.Я.Нусь, Х.Шадыев, И.С.Григорьева, Н.Н.Переломова, Е.П.Шустова, К.П.Шустова, М.А.Микенберг, А.В.Костин, С.Ю.Петропавловская и другие, всего около 30 человек. Работе с ними он уделял очень много внимания. Привычной была картина, когда приходишь на кафедру и видишь, как он вместе с аспирантом что-то вычисляет. Неудивительно, что почти все они стали кандидатами наук. Один из них, Вениамин Григорьевич Подольский, теперь доцент кафедры теории относительности и гравитации, вспоминает: *«Сколько я его аспирантов ни знаю, они ... духовно менялись, закончив аспирантуру у А.П. Для меня сейчас это важнее и ценнее, чем все остальное. Пример, что ли, мы с А.П. брали или как-то само собой это получалось. Бывает, заметишь, что делаешь что-то в точности, как А.П.»*

Многие, знавшие Александра Петровича, отмечают эту его удивительную душевную щедрость, доброту, глубокую порядочность. Это было воспитано с детства. Вместе с тем был он необычайно скромным человеком, с врожденным чувством деликатности. Невозможно было представить себе, чтобы он кого-то обидел или сказал грубое слово. Если сталкивался с непорядочностью, хамством, просто терялся и в дальнейшем предпочитал с такими людьми не встречаться. Иногда с юмором вспоминал эпизоды своих встреч с высокими чиновниками, среди которых людей такого сорта всегда было предостаточно.

В советское время то и дело на кафедру приходила разнарядка послать несколько человек на овощную базу разбирать гниющую картошку, капусту или на заготовку веточного корма – весной в колхозах часто нечем было кормить скотину. Александр Петрович в таких случаях и не думал делать исключение для себя, а иногда, не говоря никому ни слова, отправлялся исполнять «общественное поручение» сам.

А.П.Широков был участником, кажется, всех Всесоюзных¹ и многих региональных геометрических конференций. В организации многих из них он принимал самое непосредственное участие как член оргкомитета. Он читал лекции в Саратовском, Башкирском, Ереванском и других университетах, несколько раз ездил за границу, куда его приглашали для чтения лекций или для участия в различных конференциях: Польша (1971, 1975, 1977, 1979 гг.), Югославия (1982, 1985 гг.), Болгария (1986 г.), Западный Берлин (1989, 1990 гг.), Греция (1991 г.)¹.

В 1991 г. у А.П.Широкова заканчивался срок заведования кафедрой, и он начал разговоры о переходе на должность профессора². Но в это время в самом разгаре была подготовка к 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского. В частности, был объявлен международный конкурс на медаль им. Н.И.Лобачевского, запланирована большая международная конференция³. Александр Петрович был широко известен в Союзе и за границей, и мне удалось убедить его, что сейчас менять руководство кафедрой нецелесообразно. Но в 1993 г. после окончания конференции Ученый совет университета удовлетворил его просьбу.

С этих пор Александр Петрович полностью погрузился в научную и учебно-методическую работу, которая доставляла ему истинное удовлетворение. Например, в результате проведения практических занятий по аналитической геометрии он написал удивительные методические указания по используемому задачнику [114]. О таких богатых связях между различными задачами, о способах их решения не подозревал, думаю, и сам автор. Занявшись изучением некоммутативных алгебраических структур в неевклидовых пространствах, он обнаружил в них структуры, существенно расширяющие наши представления о строении этих пространств. Рассматривая конформные модели неевклидовых пространств, он пытался найти закономерности в появлении таких структур. Однако ему уже было не суждено довести эту работу до конца, хотя некоторые результаты этих исследований он успел опубликовать [119, 120].

Сложные отношения были у А.П.Широкова с компьютерами. Придя на кафедру, часто можно было услышать, как он костерил все компьютерное племя. Это означало, что, просидев за компьютером несколько часов, он опять что-то не так сделал и в результате пропала вся проделанная работа. По-видимому, дело было в том, что здесь не срабатывал привычный ему стиль мышления, а он не мог примириться с тем, что не может что-то понять. Каково же было наше всеобщее изумление, когда он приобрел собственный компьютер. Да, упорства и настойчивости ему было не занимать!

Александр Петрович был очень разносторонним в своих интересах, всегда был в курсе основных новинок в области литературы и искусства. Книги были постоянными спутниками его жизни. Конечно, предпочитал классику. Прежде всего это стихи – А.Пушкин, А.Блок, А.Ахматова... Стихов он знал великое множество и при случае, к примеру во время кафедральных чаепитий, с удовольствием читал их наизусть. Давнее и серьезное увлечение, пришедшее из детства, – классическая музыка. Вместе с Ниной Васильевной он старался не пропустить ни одного концерта камерного оркестра «La Primavera», мужского хора «Академия», выступлений любимых артистов. И конечно, его всегда с радостью встречали в Музее истории университета. Он много сделал для пополнения его экспонатов, для организации всевозможных выставок. В частности, выставка «Династия Широковых» у многих осталась в памяти.

Дружил Александр Петрович и со спортом, был физически очень сильным человеком. Несмотря на большую занятость, делал утром интенсивную зарядку, находил время для лыж, а летом – для длительных прогулок по лесу, с удовольствием работал на даче. Как-то я жил с ним в одном

гостиничном номере. Было это, кажется, в 1980 г. во время конференции в Таллине. Проснувшись утром, я с удивлением увидел торчащие вверх ноги. Оказывается, он включил в свою зарядку некоторые упражнения по системе йогов, в частности стойку на голове. Сейчас я сомневаюсь, было ли это ему полезно. Дело в том, что через несколько лет у него обнаружился дефект сонной артерии, который с возрастом усилился и в последние годы жизни неоднократно приводил к внезапной потере сознания.

Это и стало причиной внезапной кончины Александра Петровича. Ушел он из жизни 29 сентября 1998 г., быстро и неожиданно, возвращаясь вечером домой с заседания геометрического семинара.

21 декабря 1926 г. родился в Казани.

1943 г. поступил в Казанский авиационный институт.

1945 г. перевелся на физмат Казанского универси-

тета.

1949–1952 гг. аспирантура при кафедре геометрии Казанского университета (научный руководитель профессор А.П.Норден).

1950 г. женился на Нине Васильевне Талантовой.

1952 г. защита кандидатской диссертации, ассистент кафедры математического анализа.

1956 г. доцент кафедры геометрии.

1957 г. утвержден ВАК в ученом звании доцента.

1967 г. защита докторской диссертации.

Первая премия Казанского университета

за цикл работ по геометрии обобщенных пространств.

1968 г. профессор кафедры геометрии.

1970 г. утвержден ВАК в ученом звании профессора.

1970–1975 гг. заведующий кафедрой теории относитель-

ности и гравитации.

1975–1980 гг. профессор кафедры геометрии.

1980 г. присвоено звание «Заслуженный деятель

науки РСФСР».

1980–1993 гг. заведующий кафедрой геометрии.

1993–1998 гг. профессор кафедры геометрии.

29 сентября 1998 г. скончался в Казани.

СПИСОК НАУЧНЫХ ТРУДОВ А.П.ШИРОКОВА

1950 г.

1. Гонометрическая система в геометрии Финслера // Труды семин. по вект. и тенз. анализу. – 1950. – Т. 8. – С. 414–424.

1951 г.

2. Внутренняя геометрия цилиндрических конгруэнций // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1951. – Т. 111, кн. 10. – С. 15–19.

3. Замечание к теории А-пространств // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1951. – Т.111, кн. 8. – С. 97–103.

1952 г.

4. К вопросу об А-пространствах // 125 лет неевклидовой геометрии Лобачевского – М.;Л.: Гостехиздат, 1952. – С. 195–200.

1953 г.

5. О конструктивных параметрах дисковой фрезы с радиально расположенными режущими элементами // Труды КХТИ. – 1953. – Вып. 18. – С. 241–254 (совм. с А.М.Григорьевым).

1954 г.

6. Геометрия обобщенных биаксиальных пространств // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1954. – Т. 114, кн. 2. – С. 123–166.

1955 г.

7. О ковариантно постоянных тензорах // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1955. – Т.115, кн. 10. – С. 19.

8. Об одном свойстве ковариантно постоянных аффиноров // Докл. АН СССР. – 1955. – Т. 102, № 3. – С. 461–464.

1956 г.

9. Проективная интерпретация конформно-евклидовых симметрических пространств // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1956. – Т. 116, кн. 1. – С. 15–19.

10. Проективная интерпретация конформно-евклидовых симметрических пространств // Труды 3-го Всесоюзн. матем. съезда. – М., 1956. – Т.1. – С. 176.

1957 г.

11. Некоторые аналоги вещественных реализаций унитарных пространств // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1957. – Т. 117, кн. 9. – С. 25–29.

1959 г.

12. Аффинная дифференциальная геометрия. – М.: Физматлит, 1959. – 319 с. (совм. с П.А.Широковым).

1961 г.

13. О почти интегрируемых структурах и признаках их интегрируемости // Итог. научн. конф. КГУ за 1960 г. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1961. – С.22–24.

14. О некоторых вещественных реализациях пространств над алгебрами // Изв. вузов. Математика. – 1961. – № 5.– С. 117–127.

15. Об одном классе пространств над алгебрами // Изв. вузов. Математика. – 1961. – № 1. – С. 163–170.

1962 г.

16. Affine Differentialgeometrie. – Leipzig: B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1962. – 275 p. (P. und A. Schirokow).

17. Методическое пособие к курсу аналитической геометрии для студентов-заочников (к общей теории поверхностей второго порядка). – Казань: КГУ, 1962. – 43 с.

1963 г.

18. Винтовая регулярная прецессия в пространстве Лобачевского // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1963. – Т.123, кн. 1. – С. 196–207.

19. Классификация групп движений биаксиального пространства эллиптического типа // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1963. – Т. 123, кн. 1. – С. 208–221.

20. Пространства над ассоциативными унитарными алгебрами // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1963. – Т. 123, кн. 1. – С. 222–247.

21. О вещественных реализациях проективных пространств над алгебрами // Уч. зап. Казанск. ун-та. – 1963. – Т. 123, кн. 1. – С. 248–254.

22. О симметрических пространствах, определяемых алгебрами // Изв. вузов. Математика. – 1963. – № 6. – С. 159–171.

1964 г.

23. Александр Петрович Норден // УМН. – 1964. – № 19– Вып. 5. – С. 171–179 (совм. с В.Г.Коплом, Б.Л.Лаптевым, В.И.Шуликовским).

1965 г.

24. К теории пространств, определяемых коммутативными алгебрами // Тр. семин. каф. геометрии. – 1965. – Вып. 1 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 125, кн. 1). – С.165–182.

1966 г.

25. О симметрических пространствах, определяемых коммутативными алгебрами 4-го порядка // Тр. семин. каф. геометрии. – 1966. – Вып. 2 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 126, кн. 1). – С.60–80.

26. К вопросу о чистых тензорах и инвариантных подпространствах в многообразиях с почти алгебраической структурой // Тр. семин. каф. геометрии. – 1966. – Вып. 2 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 126, кн. 1). – С. 81–89.

27. О пространствах над алгебрами, обладающих циклическими геодезическими // Тезисы кр. науч. сообщ. Междунар. конгресса матем. – М., 1966. – Секция 9. – С. 51.

28. О симметрических пространствах, определяемых коммутативными алгебрами 4-го порядка // Тр. семин. каф. геометрии. – 1966. – Вып. 2 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 126, кн.1). – С. 60–80.

29. Об одном типе G-структур, определяемых алгебрами // Тр. геометр. семинара. – М.: ВИНТИ, 1966. – Т. 1. – С. 425–456.

1967 г.

30. Структуры на дифференцируемых многообразиях // Алгебра. Топология. Геометрия. 1967. Итоги науки. – М.: ВИНТИ, 1969. – С. 127–188.

31. Структуры, определяемые алгебрами // III межвуз. научн. конф. по пробл. геом. Казань, 1967 г. Тезисы докл. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1967. – С. 194.

32. Пространства, определяемые алгебрами: Дисс. докт. физико-матем. наук. – Казань, 1967. – 258 с.

1968 г.

33. Об одной биаксиальной модели главного расслоенного пространства // Тр. семин. каф. геометрии. – 1968. – Вып. 3 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 128, кн.3). – С. 158–165.

34. Классификация групп движений биаксиального пространства гиперболического типа // Тр. семин. каф. геометрии. – 1968. – Вып. 3 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 128, кн. 3). – С. 134–152 (совм. с Р.Н.Хабибуллиной).

1970 г.

35. Замечание об одном касательном расслоении // Тр. семин. каф. геометрии. – 1970. – Вып. 4–5 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 129, кн. 6). – С. 122–127.

36. К геометрии одномерных пространств над вполне приводимыми алгебрами // Тр. семин. каф. геометрии. – 1970. – Вып. 4–5 (Уч. зап. Казанск. ун-та. – Т. 129, кн. 6). – С. 99–110 (совм. с А.И.Мелентьевым).

1972 г.

37. Расслоенные пространства инволюций // Изв. вузов. Математика. – 1972. – № 12. – С. 116–123.

38. О некоторых типах слоистых структур в римановых пространствах // V Всесоюзн. конф. по совр. пробл. геометр. Самарканд, 1972 г. Тезисы докл. – Самарканд: Изд-во Самаркандск. ун-та, 1972. – С. 173 (совм. с В.Г.Подольским).

39. Расслоенные пространства инволюций // V Всесоюз. конф. по совр. пробл. геометр. Самарканд, 1972 г. Тезисы докл. – Самарканд: Изд-во Самаркандск. ун-та, 1972. – С. 242.

1973 г.

40. О структурах в касательных расслоениях // IV Прибалт. геометр. конф. Тезисы докл. – Тарту, 1973. – С. 142.

1974 г.

41. К вопросу о спинорных представлениях вращений евклидовых пространств над алгебрами // Тр. семин. каф. геометрии. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1974. – Вып. 7. – С. 165–175.

42. О нормализациях в проективном пространстве с заданным расслоением // Изв. вузов. Математика. – 1974. – № 5. – С. 216–221.

43. Замечание о структурах в касательных расслоениях // Тр. геометр. семин. – М.: ВИНТИ, 1974. – Т. 5. – С. 311–318.

44. Структуры на дифференцируемых многообразиях // Алгебра. Топология. Геометрия. Итоги науки. – М.: ВИНТИ, 1974. – Т. 11. – С. 153–207.

45. Александр Петрович Норден (к семидесятилетию со дня рождения) // Тр. семин. каф. геометрии. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1974. – Вып. 7. – С. 7–19 (совм. с В.В.Вишневым, В.Г.Коппом, Б.Л.Лаптевым, В.И.Шуликовским).

1975 г.

46. Метод нормализации Нордена и вещественные модели проективных пространств над алгебрами // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1975. – Вып. 8. – С. 145–152.

47. Замечание об одной метрике в касательном расслоении риманова пространства // Изв. вузов. Математика. – 1975. – № 6. – С. 143–146 (совм. с Н.В.Талантовой).

48. Замечание об особых типах римановых пространств над алгебрами // Дифф. геометрия. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1975. – Вып. 2. – С. 94–98.

49. Об одном обобщении полного поднятия римановой метрики в касательное расслоение // VI Всесоюз. геом. конф. по совр. пробл. геом. Вильнюс, 1975 г. Тезисы докл. – Вильнюс: Изд-во Вильнюсск. ун-та, 1975. – С. 233 (совм. с Н.В.Талантовой).

1976 г.

50. Трехчленные группы дробно-линейных подстановок дуального переменного как аффинные коллинеации // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1976. – Вып. 9. – С. 105–113 (совм. с Н.В.Талантовой).

51. О некоторых аналогах пространств постоянной кривизны // Всесоюз. научн. конф. по неевкл. геом. «150 лет геометрии Лобачевского». Казань, 1976 г. Тезисы докл. – М.: ВИНТИ, 1976. – С. 215.

52. Об одном четырехмерном римановом расслоении // Гравитация и теория относительности. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1976. – Вып. 10.–11. – С. 108–112 (совм. с В.Г.Подольским).

53. О некоторых типах римановых расслоений // Гравитация и теория относительности. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1976. – Вып. 10.–11. – С. 232–236 (совм. с В.Г.Подольским).

1977 г.

54. Развитие геометрических идей Лобачевского в Казанском университете // Всесоюз. научн. конф. по неевкл. геом. «150 лет геометрии Лобачевского». Казань, 1976 г. Пленарные доклады. – М.: ВИНТИ, 1977. – С. 22–32.

55. К вопросу о релятивной линейчатой геометрии // Дифф. геометрия.– Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1977. – Вып. 3. – С. 69–81.

1978 г.

56. Замечание о релятивной линейчатой геометрии аффинной плоскости // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1978. – Вып. 10.– С. 107–112.

57. О касательном расслоении одномерного пространства над алгеброй // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1978. – Вып. 10. – С. 113–120.

58. Инвариантные связности без кручения в касательных расслоениях конформных плоскостей Мёбиуса // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1978. – Вып. 10. – С. 121–127.

59. О голоморфно-проективных преобразованиях в касательном расслоении // V Прибалт. геометр. конф. Друскининкай, 1978 г. Тезисы докл. – Вильнюс: Изд-во Вильнюсск. педагог. ин-та, 1978. – С. 98.

1979 г.

60. О голоморфно-проективных преобразованиях в касательном расслоении // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1979. – Вып. 11. – С. 111–114.

61. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. – М.: ВИНТИ, 1979. – Т. 9. – 247 с. (совм. с Л.Е.Евтушиком, Ю.Г.Лумисте, Н.М.Остиану).

62. Проектирование связностей в расслоениях и его приложения к геометрии пространств над алгебрами // Дифф. геометрия. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1979. – Вып. 4. – С. 132–140 (совм. с К.М.Егиазаряном).

63. Об одной метрике в касательных расслоениях пространств постоянной кривизны // VII Всесоюз. геом. конф. по совр. пробл. геометр. Минск, 1979 г. Тезисы докл. – Минск: Изд-во Белорусск. ун-та, 1979. – С. 230.

1980 г.

64. Об одной модели для линейчатой геометрии пространства Лобачевского // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1980. – Вып. 12. – С. 111–117.

65. Об одном типе пространств постоянной кривизны над алгеброй дуальных чисел // Дифф. геометрия. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1980. – Вып. 5. – С. 77–82.

66. Борис Лукич Лаптев (к 75-летию со дня рождения) // Изв. вузов. Математика. – 1980. – № 10. – С. 3–5 (совм. с В.В.Вишневым, А.П.Норденом, Б.Н.Шапуковым и др.).

1981 г.

67. О касательных расслоениях и линейчатой геометрии неевклидовых пространств // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1981. – Вып. 13. – С. 101–108.

68. Геометрия касательных расслоений и пространства над алгебрами // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. – М.: ВИНТИ, 1981. – Т. 12. – С. 61–95.

69. Памяти Виктора Владимировича Вагнера // Изв. вузов. Математика. – 1981. – №10. – С. 85–88 (совм. с Ю.И.Ермаковым, Б.Л.Лаптевым, А.Е.Либером, А.П.Норденом).

70. О геометрии симметрического поляритета в проективном пространстве над алгеброй дуальных чисел // Дифф. геометрия. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1981. – Вып. 6. – С. 85–90.

1982 г.

71. О специальных метриках и связностях в касательных расслоениях гиперповерхностей аффинных и неевклидовых пространств // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1982. – Вып. 14. – С. 108–116.

72. Валентин Иванович Шуликовский (к 60-летию со дня рождения) // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1982. – Вып. 14. – С. 5–8 (совм. с В.В.Вишневым, В.Г.Коппом, Б.Л.Лаптевым, А.П.Норденом, Ш.А.Яфаровым).

73. Об одном классе метрик в касательных расслоениях пространств постоянной кривизны // Симп. по геом. в целом и основаниям теории относит. Тезисы докл. – Новосибирск, 1982. – С. 120.

1983 г.

74. К вопросу об инфинитезимальных обобщенно-конформных преобразованиях // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1983. – Вып. 15. – С. 26–34 (совм. с А.В.Дубинкиным).

75. Об одной связности в касательном расслоении тангенциально-невырожденной гиперповерхности евклидова пространства // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1983. – Вып. 15. – С. 93–98.

76. Об одном классе метрик в касательных расслоениях пространств постоянной кривизны // Дифф. геометрия. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1983. – Вып. 7. – С. 27–34 (совм. с Д.Каминской, Н.В.Талантовой).

77. Методические указания и рекомендации к курсу дифференциальной геометрии – Казань: КГУ, 1983. – 58 с. (совместно с А.П.Норденом, В.В.Шурыгиным).

1984 г.

78. О развитии геометрии пространств над алгебрами // Изв. вузов. Математика. – 1984. – № 7. – С. 38–44 (совм. с В.В.Вишневым, Б.А.Розенфельдом).

79. О новых работах Александра Петровича Нордена (к 80-летию со дня рождения) // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1984. – Вып. 16. – С. 5–8 (совм. с В.В.Вишневым, В.Г.Коппом, Б.Л.Лаптевым).

80. Проективные модели унитарных пространств постоянной кривизны над алгеброй дуальных чисел // Тр. геом. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1984. – Вып. 16. – С. 103–110 (совм. с Н.В.Талантовой).

81. О связности нормализованного проективного пространства с заданным расслоением // VI Прибалт. геом. конф. Таллин, 1984 г. Тезисы докл. – Таллин: Изд-во Таллинск. педагог. ин-та, 1984. – С. 142.

82. Об одном подходе к группе преобразований Лагерра // VIII Всесоюзн. геом. конф. по совр. пробл. дифф. геометрии. Одесса, 1984 г. Тезисы докл. – Одесса: Изд-во Одесск. ун-та, 1984. – С. 177.

83. Методические указания и рекомендации к проведению семинарских занятий по теме «Пространства над алгебрами». – Казань: КГУ, 1984. – 47 с. (совм. с В.В.Вишневым, В.В.Шурыгиным).

1985 г.

84. Об одном подходе к группе преобразований Лагерра // Пространства над алгебрами и некот. вопр. теории сетей. – Уфа: Изд-во Башкирск. ун-та, 1985. – С. 3–11 (совм. с Н.В.Талантовой).

85. Пространства аффинной связности (некоторые аспекты метода нормализации А.П.Нордена) // Итоги науки и техн. Проблемы геометрии. – М.: ВИНТИ, 1985. – Т. 17. – С. 131–151.

86. Пространства над алгебрами. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1985. – 264 с. (совм. с В.В.Вишневым, В.В.Шурыгиным).

87. Александр Евгеньевич Либер (к 70-летию со дня рождения) // Дифф. геометрия. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1985. – Вып. 8. – С. 3–5 (совм. с Ю.И.Ермаковым, Б.Л.Лаптевым, Е.С.Ляпиным, А.П.Норденом, Н.М.Остиану).

88. О группе Лагерра и ее аналогах в релятивной линейчатой геометрии плоскости // Движения в обобщ. пространствах. – Рязань: Изд-во Рязанск. пед. ин-та, 1985. – С. 25–30.

1986 г.

89. О новых работах Бориса Лукича Лаптева. К 80-летию со дня рождения // Тр. геометр. семинара. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1986. – Вып. 17. – С. 7–8 (совм. с А.П.Норденом, Б.Н.Шапуковым).

90. Предельный переход от линейчатой геометрии пространства Лобачевского к линейчатой геометрии пространства Евклида // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1986. – Вып. 17. – С. 100–110.

1988 г.

91. К геометрии касательных расслоений однородных пространств // Тр. геометр. семина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1988. – Вып. 18. – С. 153–163.

92. Касательное расслоение второго порядка проективной прямой и его приложения к геометрии Лобачевского / Казанск. ун-т. – Казань, 1988. – 21 с. (совм. с Н.Н.Переломовой) – Деп. в ВИНТИ 12.04.88, № 2746–В88.

93. К геометрии комплексной проективной прямой / Казанск. ун-т. – Казань. 1988. – 18 с. (совм. с Н.Н.Переломовой) – Деп. в ВИНТИ 23.05.88, № 3958 – В88.

94. Об одном аналоге преобразований Лагерра в многомерной линейчатой геометрии / Казанск. ун-т. – Казань, 1988. – 18 с. – Деп. в ВИНТИ 28.09.88, № 7165–В88.

95. Касательное расслоение второго порядка проективной прямой и его приложения // IX Всесоюзн. геометр. конф. Кишинев, 1988 г. Тезисы сообщ. – Кишинев: Штиинца, 1988. – С. 365–366.

1989 г.

96. Научное наследие Бориса Лукича Лаптева (23.04.1905 – 15.01.1989) // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. – М.: ВИНТИ, 1989. – Т. 21. – С. 27–41 (совм. с В.И.Близникасом, А.П.Норденом, Б.Н.Шапуковым).

97. Об инвариантных аффинных связностях в многообразии орициклов плоскости Лобачевского / Казанск. ун-т. – Казань, 1989. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 19.04.89, № 2559-В89.

1990 г.

98. Касательное расслоение второго порядка проективной прямой и геометрия Лобачевского // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1990. – Вып. 20. – С. 73–84 (совм. с Н.Н.Переломовой).

1991 г.

99. К геометрии орисфер пространства Лобачевского // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1991. – Вып. 21. – С. 118–124.

100. Zur affinen Liniengeometrie. Proceedings of the 3rd Congress of Geomet-ry // Thessaloniki. Aristotle Univ., Dept. Math. – 1991. – P. 385–390.

101. Главные расслоения троек инволюций // Геометрия и анализ. – Кемерово: Изд-во Кемеровск. ун-та, 1991. – С. 35–39.

1992 г.

102. Аналоги преобразований Лагерра в плоскости и в пространстве Лобачевского // Памяти Лобачевского посвящается. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1992. – Вып. 2. – С. 107–118.

103. Касательные расслоения и геометрия Лагерра / Казанск. ун-т. – Казань, 1992. – 18 с. (совм. с Н.В.Талантовой). – Деп. в ВИНТИ 10.03.92, № 820-В92.

104. О научных аналогиях между геометриями прямых и орициклов плоскостей Евклида и Лобачевского // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1991. – Вып. 21. – С. 17–21 (совм. А.П.Норденом).

105. К истории журнала «Известия КФМО» / Казанск. ун-т. – Казань, 1992. – 10 с. – Деп. в ВИНТИ 10.03.92, № 823-В92.

106. Борис Лукич Лаптев // Профессор Борис Лукич Лаптев (глазами учеников и друзей). – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1992. – С. 10–17.

107. Общение с ним возвышало // Профессор Борис Лукич Лаптев (глазами учеников и друзей). – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1992. – С. 33–36 (совм. с Н.В.Талантовой).

1993 г.

108. Александр Петрович Норден // УМН. – 1993. – № 48. – Вып. 4. – С. 169–170 (совм. с В.В.Вишневым, А.Т.Фоменко, С.П.Новиковым и др.).

109. О некоторых аналогиях между геометриями прямых и орициклов плоскостей Евклида и Лобачевского / Казанск. ун-т. – 1993. – 20 с. – Деп. в ВИНТИ 7.04.93, № 878-В93.

110. Наследие Лобачевского и деятельность казанских геометров // УМН. – 1993. – № 48. – Вып. 2. – С. 47–74 (совм. с А.П.Норденом).

1994 г.

111. Структуры на гладких многообразиях // Фунд. пробл. матем. и мех.: Математика. Ч.1 – М.: Изд-во Московск. ун-та, 1994. – С. 168–169 (совм. с В.В.Вишневым, Б.Н.Шапуковым, В.В.Шурыгиным).

112. Автополярная нормализация сферы и функции комплексного переменного / Казанск. ун-т. – Казань, 1994. – 15 с. – Деп. в ВИНТИ 10.06.94, №1446-В94.

113. К вопросу о группе голономии в релятивной линейчатой геометрии аффинного пространства // Тр. геометр. семин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1994. – Вып. 22. – С. 90–97.

114. Методические указания к «Сборнику задач по аналитической геометрии». – Казань: КГУ, 1994. – 36 с.

115. Об одном классе комплексных функций, определяемом нормальными конгруэнциями прямых в пространстве Лобачевского / Казанск. ун-т. – 1994. – 5 с. – Деп. в ВИНТИ 03.05.95, № 1212-В95.

1995 г.

116. Использование внешних форм в методе нормализации Нордена / Казанск. ун-т. – 1995. – 22 с. – Деп. в ВИНТИ 03.05.95, №1211-В95.

117. Несколько слов об отце // Петр Алексеевич Широков. – Казань: Казанск. фонд «Математика», 1995. – С. 46–58.

118. О геометрических работах Петра Алексеевича Широкова // Петр Алексеевич Широков. – Казань: Казанск. фонд «Математика», 1995. – С. 59–77 (совм. с В.В.Вишневым).

1997 г.

119. Неевклидовы пространства: Учебное пособие. – Казань: КГУ, 1997. – 49 с.

120. Пространство H_4 и алгебра кватернионов // Тр. геометр. семин. – Казань: Казанск. матем. общ-во, 1997. – Вып. 23. – С. 187–198.

121. Алгебра альтернионов и метод нормализации Нордена // Междунар. геометр. семин. им. Н.И.Лобачевского «Соврем. геом. и теория физич. полей». Казань, 1997 г. Тезисы докл. – Казань: Казанск. матем. общ-во, 1997. – С. 132.

122. Spaces over algebras and their applications // J. Math. Sci. – Kluwer Acad, 2002. – Vol. 108, No 2. – P. 232–248.

123. Пространства над алгебрами и их применения // Итоги науки и техники. Серия «Совр. матем. и ее прилож».
– М.: ВИНТИ, 1997. – Т. 73 (Геометрия - 7). – С. 135–161.